

APPELLO SCRITTO DI PROGRAMMAZIONE 1
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
2013–2014
28.I.2015

P. CODARA, G. LAVADO

INDICE

| | |
|--|---|
| Esercizio 1 | 1 |
| Calcolo del numero di funzioni tra due insiemi finiti. | 1 |
| Punti: 2 punti. | 2 |
| Esercizio 2 | 2 |
| Calcolo del numero di iniezioni tra due insiemi finiti. | 2 |
| Punti: 4 punti. | 2 |
| Esercizio 3 | 2 |
| Calcolo del numero di permutazioni su un insieme finito. | 2 |
| Punti: 3 punti. | 2 |
| Esercizio 4 | 2 |
| Calcolo del numero di suriezioni tra due insiemi finiti (I) | 2 |
| Punti: 7 punti. | 3 |
| Esercizio 5 | 3 |
| Calcolo del numero di suriezioni tra due insiemi finiti (II) | 3 |
| Punti: 7 punti. | 3 |
| Esercizio 6 | 4 |
| Procedura <i>main</i> . | 4 |
| Punti: 7 punti. | 4 |
| <i>Istruzioni per la consegna</i> | 5 |

Avvertenza. Il tema d'esame richiede lo sviluppo di un singolo programma che dia all'utente la possibilità di eseguire alcune semplici operazioni su interi. Si raccomanda di leggere interamente il tema d'esame prima di cominciare a scrivere le soluzioni dei singoli esercizi, in modo da avere chiaro l'obiettivo finale.

ESERCIZIO 1

Calcolo del numero di funzioni tra due insiemi finiti.

Ultima revisione: 28 gennaio 2015.

Punti: 2 punti.

Si scriva una funzione di nome `nFun` e di prototipo appropriato che calcoli il numero di funzioni da un insieme finito N a un insieme finito X . La funzione `nFun` accetterà in ingresso le cardinalità $n = |N|$ e $x = |X|$ degli insiemi, e restituirà il numero di funzioni, dato da x^n . Si ricorda che $0^0 = 1$, ovvero esiste un'unica funzione dall'insieme vuoto in se stesso.

La funzione dovrà verificare che i parametri ricevuti siano corretti, ovvero che $n \geq 0$ e $x \geq 0$. In caso di input errato, la funzione restituirà il valore -1 .

ESERCIZIO 2

Calcolo del numero di iniezioni tra due insiemi finiti.

Punti: 4 punti.

Si scriva una funzione di nome `nInj` e di prototipo appropriato che calcoli il numero di funzioni iniettive da un insieme finito N a un insieme finito X . La funzione `nInj` accetterà in ingresso le cardinalità $n = |N|$ e $x = |X|$ degli insiemi, e restituirà il numero di iniezioni. Tale numero è dato dal fattoriale decrescente

$$(x)_n = x(x-1) \cdots (x-n+1).$$

Inoltre, $(x)_0 = 1$. Infatti, se $N = \emptyset$ l'unica funzione da N a X è iniettiva.

La funzione dovrà verificare che i parametri ricevuti siano corretti, ovvero che $n \geq 0$ e $x \geq 0$. In caso di input errato, la funzione restituirà il valore -1 .

ESERCIZIO 3

Calcolo del numero di permutazioni su un insieme finito.

Punti: 3 punti.

Si scriva una funzione di nome `nPer` e di prototipo appropriato che calcoli il numero di permutazioni su un insieme N finito, ovvero il numero di funzioni biettive da N in se stesso. La funzione `nPer` accetterà in ingresso la cardinalità $n = |N|$ dell'insieme, e restituirà il numero di permutazioni. Tale numero è dato dal fattoriale

$$n! = n(n-1) \cdots 1.$$

Si ricorda che $0! = 1$.

La funzione dovrà verificare che il parametro ricevuto sia corretto, ovvero che $n \geq 0$. In caso di input errato, la funzione restituirà il valore -1 .

ESERCIZIO 4

Calcolo del numero di suriezioni tra due insiemi finiti (I).

Punti: 7 punti.

Si scriva una funzione di nome `nSur` e di prototipo appropriato che calcoli il numero di funzioni suriettive da un insieme finito N a un insieme finito X . La funzione `nSur` accetterà in ingresso le cardinalità $n = |N|$ e $x = |X|$ degli insiemi, e restituirà il numero di suriezioni. Se $n < x$ tale numero è 0. Altrimenti, tale numero è calcolato mediante la formula

$$(1) \quad x!S(n, x).$$

Il simbolo $S(n, x)$ denota il numero di partizioni di un insieme di n elementi in x blocchi ed è detto numero di Stirling di seconda specie. Il valore di $S(n, x)$ può essere calcolato utilizzando la ricorrenza

$$(2) \quad S(n, x) = S(n-1, x-1) + xS(n-1, x),$$

completata con le condizioni iniziali $S(n, n) = 1$, e $S(n, 0) = 0$ per $n > 0$. Si scriva una funzione di nome `stirling2` e di prototipo appropriato che riceva in ingresso due interi n e x e restituisca il numero di Stirling di seconda specie $S(n, x)$ calcolato mediante la ricorrenza (2).

La funzione `nSur` invocherà la funzione `stirling2` per calcolare, mediante la formula (1), il numero di suriezioni.

Entrambe le funzioni implementate, `nSur` e `stirling2`, dovranno verificare che i parametri ricevuti siano corretti, ovvero che $n \geq 0$ e $x \geq 0$. In caso di input errato, le funzioni restituiranno il valore -1 .

ESERCIZIO 5

Calcolo del numero di suriezioni tra due insiemi finiti (II).

Punti: 7 punti.

Il numero di suriezioni da un insieme finito N di cardinalità n a un insieme finito X di cardinalità x può anche essere calcolato servendosi della formula

$$(3) \quad \sum_{i=0}^x (-1)^i \binom{x}{i} (x-i)^n.$$

Si ricorda che $0^0 = 1$, ovvero esiste un'unica funzione (iniettiva e suriettiva) dall'insieme vuoto in se stesso. Si scriva una nuova funzione, di nome `nSurB` e di prototipo appropriato, per il calcolo del numero di funzioni suriettive da un insieme finito N a un insieme finito X . La funzione `nSurB` accetterà in ingresso le cardinalità $n = |N|$ e $x = |X|$ degli insiemi, e restituirà il numero di suriezioni calcolato mediante la formula (3).

Il simbolo $\binom{n}{k}$ denota il numero di sottoinsiemi di ordine k di un insieme di n elementi ed è detto coefficiente binomiale. Il valore di $\binom{n}{k}$ può essere calcolato utilizzando la formula dei tre fattoriali

$$(4) \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Si scriva una funzione di nome `binom` e di prototipo appropriato che riceva in ingresso due interi n e k e restituisca il coefficiente binomiale $\binom{n}{k}$, calcolato mediante la formula (4).

La funzione `nSurB` invocherà la funzione `binom` per calcolare, mediante la formula (3), il numero di suriezioni.

Entrambe le funzioni implementate, `nSurB` e `binom`, dovranno verificare che i parametri ricevuti siano corretti, ovvero che $n \geq 0$ e $x \geq 0$. In caso di input errato, le funzioni restituiranno il valore -1 .

ESERCIZIO 6

Procedura main.

Punti: 7 punti.

Si scriva la funzione `main` secondo le seguenti specifiche.

All'avvio, il programma visualizza il menu seguente:

1. Inserisci le cardinalità degli insiemi N e X .
2. Conta le funzioni da N a X .
3. Conta le iniezioni da N a X .
4. Conta le permutazioni su N .
5. Conta le suriezioni da N a X (I).
6. Conta le suriezioni da N a X (II).
7. Esci.

Il programma legge quindi la scelta dell'utente, che deve essere un intero compreso fra 1 ed 7. Se l'utente specifica una scelta inesistente, il programma informa l'utente con un messaggio opportuno e torna a visualizzare il menu. Se l'utente sceglie l'opzione 1, gli viene richiesto di inserire le cardinalità degli insiemi, che verranno opportunamente lette e memorizzate dal programma. Le cardinalità devono essere interi non negativi. In caso di errore nell'inserimento dei dati da parte dell'utente il programma lo segnala opportunamente e visualizza nuovamente il menu. Se l'utente sceglie una delle opzioni fra 2 e 6, il programma stampa a video le informazioni richieste, dopo aver effettuato i dovuti calcoli mediante le funzioni sviluppate negli esercizi precedenti, e torna a visualizzare il menu. Per poter accedere alle funzionalità offerte dalle opzioni 2–6 è necessario aver prima inserito le cardinalità degli insiemi: in caso contrario il programma visualizza un opportuno messaggio d'errore e ripropone il menu. Se l'utente sceglie l'opzione 7 il programma termina, visualizzando un messaggio che segnala all'utente la terminazione.

Istruzioni per la consegna

- Funzioni da consegnare (in un unico file sorgente).

```
main()
nFun()
nInj()
nPer()
nSur()
nSurB()
stirling2()
binom()
```

Tutte le eventuali altre funzioni ausiliarie
che abbiate scritto.

- Sito per la consegna:

<https://upload.mat.unimi.it>

- Autenticarsi con le proprie credenziali di posta elettronica d'ateneo.
- Consegnare solo il codice sorgente (file *.c), non l'eseguibile.

(P. Codara, G. Lavado) DIPARTIMENTO DI INFORMATICA, UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO, VIA COMELICO, 39, I-20135 MILANO

E-mail address: {codara,lavado}@di.unimi.it